

ALGEBRA-TRAINING

THEORIE & AUFGABEN

Serie 3

Bruchrechnen

Theorie: Katharina Lapadula

Aufgaben: Bernhard Marugg

Liebe Schülerin, lieber Schüler

Der Leitspruch «*Übung macht den Meister*» gilt weiterhin! Insbesondere bei den in dieser Serie vorkommenden Aufgaben rund ums Berechnen von Brüchen und Umformen von Bruchtermen.

Die Erfahrung zeigt, dass viele Schülerinnen und Schüler hier besonders intensives Training nötig haben. Deshalb ist diese Serie auch länger ausgefallen als die ersten beiden Serien und zum Schluss findest du zwei Schlusstests.

Wir freuen uns, dich bald am Gymnasium begrüßen zu dürfen.

Technische Hinweise

Diese Aufgabenserie verteilen wir als PDF an unsere Benutzer. Sie ist so gestaltet, dass sie sinnvollerweise als Broschüre auf A3-Papier gedruckt wird.

Wir bitten alle Benutzer dieser Serien, uns auf Fehler aufmerksam zu machen und auch allfällige Änderungs- und Verbesserungswünsche uns mitzuteilen, am einfachsten per E-Mail an: mathematikuebungen@kzn.ch.

1. Auflage, 19. Mai 2015

Kantonsschule Zürich Nord, Fachschaft Mathematik

Autoren: Ronald Balestra, Katharina Lapadula, Bernhard Marugg, Meinrad Schauwecker

Koordination: Kathrin Steiner

Satz: Franz Piehler

Begutachtung: Christoph Barandun (SEKZH), Markus Huber (Kantonsschule Stadelhofen, LKM)

Quellenangabe: Einige Aufgaben stammen aus
Walter Hohl: Arithmetik und Algebra 1 + 2
Lehrmittelverlag des Kantons Zürich, 1975

Theorie

Grundbegriffe

Ein Bruch kann geschrieben werden als $\frac{a}{b}$ (wobei a und b ganze Zahlen sind, aber b nicht Null sein darf). a heisst «Zähler» und b «Nenner».

Falls der Wert eines Bruchs negativ ist, schreibt man das Vorzeichen üblicherweise vor den Bruch, aber das Vorzeichen kann auch beim Zähler oder beim Nenner stehen.

$$\frac{-5}{6} = \frac{5}{-6} = -\frac{5}{6}.$$

Falls der Wert des Bruches zwischen -1 und 1 liegt, nennt man ihn einen «echten Bruch». Echte Brüche erkennt man daran, dass der Zähler ohne Vorzeichen kleiner ist als der Nenner ohne Vorzeichen.

$$\frac{3}{5}, \quad \frac{-2}{9}, \quad \frac{1}{-4}.$$

Falls der Zähler ohne Vorzeichen grösser ist als der Nenner ohne Vorzeichen, dann spricht man von einem «unechten Bruch».

$$\frac{-7}{4}, \quad \frac{15}{-11}, \quad \frac{19}{12}.$$

Falls irgendwo gemischte Zahlen vorkommen, sollten diese sofort in unechte Brüche verwandelt werden.

$$3\frac{3}{4} = \frac{3}{1} + \frac{3}{4} = \frac{12}{4} + \frac{3}{4} = \frac{15}{4} \qquad -2\frac{1}{2} = -\left(2 + \frac{1}{2}\right) = -\frac{5}{2}$$

Ein Bruchterm ist ein Bruch, der Variablen enthält.

$$\frac{6a - 5b}{25}, \quad \frac{4x^2}{x^2 - x}$$

Kürzen

Ein Bruch/Bruchterm kann gekürzt werden, indem der Zähler und der Nenner durch den gleichen Faktor geteilt werden. Beim Kürzen verändert sich der Wert des Bruches nicht. Ergebnisse sollen in der Regel vollständig gekürzt angegeben werden.

Achtung:

- Bei Produkten im Zähler oder Nenner wird nur ein Faktor gekürzt:

$$\frac{25 \cdot 15}{35} = \frac{5 \cdot 15}{7} \quad \text{oder} \quad \frac{25 \cdot 15}{35} = \frac{25 \cdot 3}{7}$$

- Wenn im Zähler und Nenner ein Produkt steht, ist es einfacher, zuerst zu kürzen und erst am Schluss die verbleibenden Faktoren im Zähler und Nenner zu multiplizieren:

$$\frac{25 \cdot 15}{35} = \frac{5 \cdot 15}{7} = \frac{75}{7} \quad \text{ist einfacher als} \quad \frac{25 \cdot 15}{35} = \frac{375}{35} = \frac{75}{7}$$

- «Differenzen und Summen kürzen nur die Dummen»: Um eine Differenz oder Summe kürzen zu können, muss diese in ein Produkt verwandelt werden, indem mit Hilfe des Distributivgesetzes ein Faktor ausgeklammert wird.

$$\frac{2x - 4}{6} = \frac{2(x - 2)}{6} = \frac{x - 2}{3}$$

$$\frac{3a^3 - 6a^2}{4a^2 - 8a} = \frac{3a^2(a - 2)}{4a(a - 2)} = \frac{3a^2}{4a} = \frac{3a}{4}$$

Erweitern

Ein Bruch kann erweitert werden, indem der Zähler und der Nenner mit dem gleichen Faktor multipliziert werden. Beim Erweitern verändert sich der Wert des Bruches nicht.

Brüche gleichnamig machen

Brüche werden gleichnamig gemacht, indem man sie so erweitert, dass sie den gleichen Nenner haben. Dieser Nenner ist mit Vorteil das kgV der ursprünglichen Nenner.

Rechenregeln

Die Rechenregeln für die Operationen 1. bis 3. Stufe gelten auch für Brüche und Bruchterme. Hier wird nur noch das zusätzlich zu den ersten beiden Theorieteilern benötigte Wissen erwähnt.

Operationen 1. Stufe

Um Brüche addieren oder subtrahieren zu können, müssen diese gleichnamig sein. Die Zähler werden addiert oder subtrahiert, während der Nenner gleich bleibt.

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} + \frac{bc}{bd} = \frac{ad + bc}{bd} \qquad \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} - \frac{bc}{bd} = \frac{ad - bc}{bd}$$

Operationen 2. Stufe

Um Brüche zu multiplizieren oder zu dividieren, sollen diese NICHT gleichnamig gemacht werden. (Es ist zwar nicht falsch, macht aber die Rechnungen komplizierter als nötig.)

Multiplikation «Zähler mal Zähler durch Nenner mal Nenner».

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Division «Division ist Multiplikation mit dem Kehrwert».

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Operationen 3. Stufe

Zähler und Nenner werden einzeln potenziert, bzw. man darf einzeln die Wurzel ziehen.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \quad \text{und} \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

Bemerkung

Ein Bruchstrich wirkt wie eine Klammer.

$$\frac{a}{b} - \frac{b+c}{b} = \frac{a - (b+c)}{b} = \frac{a-b-c}{b}$$

Aufgaben

Du solltest alle Aufgaben ohne Taschenrechner lösen. Zur Kontrolle darfst du ihn jedoch benutzen. Am Schluss der Übungsserie findest du einen Schlusstest.

1 Bestimme alle ganzen Zahlen, die folgende Bedingung erfüllen:

a) $\frac{1}{7}$ einer Zahl ist 112.

b) Eine Zahl ist gleich $\frac{1}{7}$ von 112.

c) $\frac{3}{11}$ einer Zahl ist 66.

d) Eine Zahl ist gleich $\frac{3}{11}$ von 66.

e) Eine Zahl ist gleich $\frac{2}{5}$ von 90.

f) $\frac{2}{5}$ einer Zahl ist 90.

2 x steht für eine gesuchte natürliche Zahl. Bestimme diese.

a) $\frac{1}{4}$ von 52 ist gleich x .

b) $\frac{1}{4}$ von x ist gleich 52.

c) $\frac{1}{x}$ von 69 ist gleich 23.

d) $\frac{3}{7}$ von 189 ist gleich x .

e) $\frac{7}{3}$ von x ist gleich 189.

f) $\frac{x}{7}$ von 168 ist gleich 72.

g) $\frac{3}{x}$ von 169 ist gleich 39.

h) $\frac{4}{x}$ von 28 ist gleich $\frac{2}{7}$ von 56.

3 Von den Nüssen eines Haufens nimmt Fritz $\frac{1}{3}$ und Karl $\frac{1}{3}$ des Restes weg. Es verbleiben für Ernst noch 32 Stück. Wie viele Nüsse waren anfänglich vorhanden?

4 Über die für eine Vierpässefahrt benötigte Zeit weiss man das Folgende:

- Für die Fahrt über den 1. Pass braucht man $\frac{3}{5}$ der Zeit für die Fahrt über den 3. Pass.
- Für die Fahrt über den 2. Pass braucht man 1 Std. 24 Min.
- Für die Fahrt über den 3. Pass braucht man $\frac{5}{6}$ der Zeit für die Fahrt über den 4. Pass.
- Für die Fahrt über den 4. Pass braucht man $\frac{6}{7}$ der Zeit für die Fahrt über den 2. Pass.

Wie lange dauert die ganze Fahrt?

5 a) $\frac{36 \cdot 15 \cdot 2}{25 \cdot 12 \cdot 8}$

b) $\frac{15 \cdot 25 \cdot 26}{52 \cdot 45 \cdot 30}$

c) $\frac{28 \cdot 62 \cdot 57}{93 \cdot 38 \cdot 14}$

d) $\frac{144 \cdot 74 \cdot 92}{69 \cdot 108 \cdot 222}$

6 a) $\frac{2}{9} + \frac{5}{6}$

b) $\frac{7}{15} - \frac{5}{12}$

c) $\frac{11}{24} - \frac{3}{16}$

d) $\frac{5}{28} - \frac{11}{21}$

e) $\frac{11}{18} - \frac{7}{15}$

f) $\frac{3}{14} - \frac{7}{8}$

g) $\frac{11}{32} - \frac{5}{24}$

h) $\frac{7}{30} - \frac{5}{36}$

7 Diese Brüche können durch Kürzen vereinfacht werden. Dazu musst du im Zähler und Nenner ausklammern (siehe Bsp. auf Seite 4).

a) $\frac{6}{3a-3b}$ b) $\frac{18-12z}{24z}$ c) $\frac{x-7y}{3x-21y}$ d) $\frac{28a+36b}{49a+63b}$

e) $\frac{a^2b-ab}{3a-3}$ f) $\frac{2xyz+4y^2z}{4x+8y}$ g) $\frac{-r-2}{7r+14}$ h) $\frac{5k-15h}{6h-2k}$

Schreibe als Ergebnis einen einzigen Bruch.

8 a) $\frac{p}{12} + \frac{5p}{18}$ b) $\frac{5a}{4z} + \frac{5a}{6z} - \frac{9a}{8z}$ c) $\frac{7x}{2a} - \frac{2x}{5a} + \frac{3x}{4a}$ d) $\frac{7a}{24m} + \frac{3a}{32m} - \frac{5a}{48m}$

e) $\frac{d}{3} - 2d$ f) $\frac{7x}{3} - 3x$ g) $5a + \frac{2a}{7}$ h) $\frac{2a}{3} - m$

9 a) $\frac{x}{5} - \frac{5y-3x}{7}$ b) $\frac{3m}{40} - \frac{5x+2m}{60}$ c) $\frac{7y}{10} + \frac{6y-4z}{12}$ d) $\frac{4a}{25} - \frac{7x-3a}{35}$

e) $\frac{7p}{8} - \frac{3p+5z}{14}$ f) $\frac{5x}{44} + \frac{2x+11z}{55}$ g) $\frac{3m}{28} - \frac{5z+2m}{21}$ h) $\frac{2x+3y}{5} + \frac{5y-3x}{7}$

10 a) $\left(-\frac{5}{16}\right) \cdot \frac{8}{15}$ b) $\left(-\frac{8}{3}\right) \cdot (-12)$ c) $\frac{-9}{-16} \cdot \left(-\frac{8}{15}\right)$

d) $\frac{24}{-35} \cdot 14$ e) $\left(-\frac{7}{12}\right) \cdot \frac{9}{(-14)}$ f) $\frac{48}{-125} \cdot \frac{-75}{64}$

11 a) $8 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6}$ b) $\frac{15}{64} \cdot \frac{68}{21} \cdot \frac{63}{34}$ c) $\frac{3}{4} \cdot 8 \cdot \frac{5}{48}$

12 a) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$ b) $\left(\frac{3}{\sqrt{3}}\right)^2$ c) $\left(\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{10}}\right)^2$ d) $\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2$

e) $\left(\frac{5\sqrt{6}}{6\sqrt{5}}\right)^2$ f) $\left(\frac{\sqrt{11}}{11}\right)^2$ g) $\left(\frac{\sqrt{35}}{\sqrt{28}}\right)^2$ h) $\left(\frac{8\sqrt{13}}{26\sqrt{10}}\right)^2$

13 a) $\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{3}{4} - \frac{3}{7}\right)$ b) $\frac{4}{11} \cdot \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{8}\right)$ c) $\left(\frac{4}{3} - \frac{6}{3}\right) \cdot \frac{3}{2}$

d) $\left(\frac{1}{4} + \frac{3}{2} - \frac{6}{8}\right) \cdot 13$ e) $\left(\frac{8}{4} + \frac{2}{5} - \frac{6}{15}\right) \cdot \frac{10}{4}$ f) $\frac{3}{4} \cdot \left(\frac{8}{6} - \frac{4}{9}\right)$

g) $\frac{7}{9} \cdot \left(\frac{1}{10} + \frac{2}{5} + \frac{1}{2}\right)$ h) $\left(\frac{6}{8} - \frac{5}{12} - \frac{5}{3}\right) \cdot \frac{12}{5}$ i) $\left(\frac{1}{14} - \frac{1}{7} + \frac{1}{14}\right) \cdot \frac{11}{113}$

$$\begin{array}{lll}
 \mathbf{14} \quad \mathbf{a)} & \frac{x-y}{4p} \cdot \frac{p^2}{x-y} & \mathbf{b)} \quad \frac{s-a}{s-c} \cdot \frac{s}{s-a} & \mathbf{c)} \quad \frac{8}{a+b} \cdot \frac{a^2+ab}{4c} \\
 & \mathbf{d)} \quad \frac{6(a-b)}{25} \cdot \frac{5x}{ab-b^2} & \mathbf{e)} \quad \frac{m^2+mn}{28x^2z} \cdot \frac{42xy}{mn-n^2} & \mathbf{f)} \quad \frac{6y+6}{ax-7a} \cdot \frac{5x-35}{7y+7} \\
 & \mathbf{g)} \quad \frac{4a^2}{9(e+f)} \cdot \frac{e^2+ef}{2a} & \mathbf{h)} \quad \frac{56ab}{a^2-ab} \cdot \frac{ab-b^2}{84bc^2} & \mathbf{i)} \quad \frac{5a+10}{x^2-x} \cdot \frac{2x-2}{2b+ab}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
 \mathbf{15} \quad \mathbf{a)} & \frac{3}{5} : \frac{7}{11} & \mathbf{b)} & \frac{36}{19} : \frac{12}{17} & \mathbf{c)} & \frac{42}{25} : \frac{36}{35} & \mathbf{d)} & \frac{2}{21} : \frac{2}{3} \\
 & \mathbf{e)} & \frac{6}{7} : \frac{7}{6} & \mathbf{f)} & \frac{6}{7} : \frac{6}{7} & \mathbf{g)} & (-17) : \frac{34}{13}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
 \mathbf{16} \quad \mathbf{a)} & \frac{(-126)}{25} : (-36) & \mathbf{b)} & 141 : \left(-\frac{94}{7}\right) & \mathbf{c)} & \frac{343}{(-64)} : \frac{(-49)}{512} & \mathbf{d)} & \frac{5}{19} : \frac{0}{8} \\
 & \mathbf{e)} & \frac{0}{9} : \frac{9}{10} & \mathbf{f)} & \frac{1}{17} : \frac{8}{0} & \mathbf{g)} & \frac{0}{42} : \frac{0}{6}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
 \mathbf{17} \quad \mathbf{a)} & \frac{15}{22} : \left(2 + \frac{1}{2}\right) & \mathbf{b)} & \frac{3}{4} : \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) & \mathbf{c)} & 21 : \left(3 + \frac{1}{2}\right) \\
 & \mathbf{d)} & (-13) : \left(\frac{1}{5} + 5\right) & \mathbf{e)} & \left(\frac{15}{4} - \frac{18}{5}\right) : 3 & \mathbf{f)} & \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{2}\right) : \frac{3}{2}
 \end{array}$$

18 Schreibe als Ergebnis einen einzigen Bruch.

$$\begin{array}{ll}
 \mathbf{a)} & \frac{9a}{p} : \frac{x+y}{m} & \mathbf{b)} & \frac{3(a+b)}{4rx} : \frac{2(a+b)}{3r^2} \\
 \mathbf{c)} & \frac{(a+b)^2}{3(a-x)} : \frac{3(a+b)}{(a-x)^2} & \mathbf{d)} & \frac{x-y}{6x} : \frac{7x-7y}{8xy} \\
 \mathbf{e)} & \frac{a+b}{3a-b} : (3a-b) & \mathbf{f)} & \frac{(2x-y)^2}{(2x+5y)^2} : \frac{2x-y}{2x+5y} \\
 \mathbf{g)} & \frac{63xy}{8+16a} : \frac{77xz}{5+10a} & \mathbf{h)} & \frac{63(m+5s)^2}{11(5s+m)} : [56(m+5s)]
 \end{array}$$

Ergebnisse

- 1 a) 784 b) 16 c) 242 d) 18
 e) 36 f) 225

- 2 a) 13 b) 208 c) 3 d) 81 e) 81
 f) 3 g) 13 h) 7

- 3 72

- 4 2. Pass: 1 h 24 Min.

4. Pass: $\frac{6}{7}$ von 72 Min. = 72 Min.

3. Pass: $\frac{5}{6}$ von 72 Min. = 60 Min.

1. Pass: $\frac{3}{5}$ von 60 Min. = 36 Min.

Zeit für ganze Fahrt:

$$36 \text{ Min.} + 84 \text{ Min.} + 60 \text{ Min.} + 72 \text{ Min.} = 4 \text{ h } 12 \text{ Min.}$$

- 5 a) $\frac{9}{20}$ b) $\frac{5}{36}$ c) 2 d) $\frac{16}{27}$

- 6 a) $\frac{19}{18}$ b) $\frac{1}{20}$ c) $\frac{13}{48}$ d) $-\frac{29}{84}$
 e) $\frac{13}{90}$ f) $-\frac{37}{56}$ g) $\frac{13}{96}$ h) $\frac{17}{180}$

- 7 a) $\frac{2}{a-b}$ b) $\frac{3-2z}{4z}$ c) $\frac{1}{3}$ d) $\frac{4}{7}$
 e) $\frac{ab}{3}$ f) $\frac{yz}{2}$ g) $-\frac{1}{7}$ h) $-\frac{5}{2}$

- 8 a) $\frac{13p}{36}$ b) $\frac{23a}{24z}$ c) $\frac{77x}{20a}$ d) $\frac{9a}{32m}$
 e) $-\frac{5d}{3}$ f) $-\frac{2x}{3}$ g) $\frac{37a}{7}$ h) $\frac{2a-3m}{3}$

- 9 a) $\frac{22x-25y}{35}$ b) $\frac{m-2x}{24}$ c) $\frac{18y-5z}{15}$ d) $\frac{43a-35x}{175}$
 e) $\frac{37p-20z}{56}$ f) $\frac{3x+4z}{20}$ g) $\frac{m-20z}{84}$ h) $\frac{46y-x}{35}$

- 10 a) $-\frac{1}{6}$ b) 32 c) $-\frac{3}{10}$ d) $-\frac{48}{5}$ e) $\frac{3}{8}$ f) $\frac{9}{20}$

- 11 a) 5 b) $\frac{45}{32}$ c) $\frac{5}{8}$
- 12 a) $\frac{1}{2}$ b) 3 c) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{9}{2}$ e) $\frac{5}{6}$ f) $\frac{1}{11}$ g) $\frac{5}{4}$ h) $\frac{8}{65}$
- 13 a) $\frac{3}{28}$ b) $\frac{1}{2}$ c) -1 d) 13 e) 5
- f) $\frac{2}{3}$ g) $\frac{7}{9}$ h) $-\frac{16}{5}$ i) 0
- 14 a) $\frac{p}{4}$ b) $\frac{s}{s-c}$ c) $\frac{2a}{c}$ d) $\frac{6x}{5b}$ e) $\frac{3ym \cdot (m+n)}{2xzn \cdot (m-n)}$
- f) $\frac{30}{7a}$ g) $\frac{2ae}{9}$ h) $\frac{2b}{3c^2}$ i) $\frac{10}{bx}$
- 15 a) $\frac{33}{35}$ b) $\frac{51}{19}$ c) $\frac{49}{30}$ d) $\frac{1}{7}$ e) $\frac{36}{49}$ f) 1 g) $-\frac{13}{2}$
- 16 a) $\frac{7}{50}$ b) $-\frac{21}{2}$ c) 56 d) $-$ e) 0 f) $-$ g) $-$
- 17 a) $\frac{3}{11}$ b) 9 c) 6 d) $-\frac{5}{2}$ e) $\frac{1}{20}$ f) $-\frac{11}{9}$
- 18 a) $\frac{9am}{p(x+y)}$ b) $\frac{9r}{8x}$ c) $\frac{(a+b)(a-x)}{9}$ d) $\frac{4y}{21}$
- e) $\frac{a+b}{(3a-b)^2}$ f) $\frac{2x-y}{2x+5y}$ g) $\frac{45y}{88z}$ h) $\frac{9}{88}$

Schluss tests (Zeit: je 45 Minuten)

Test 1

- a) $\frac{17}{28} \cdot 7 \cdot \frac{35}{85}$ b) $\frac{9}{4}$ einer Zahl ist 108. c) $\left(\frac{5}{\sqrt{5}}\right)^2$
- d) $\frac{11b^2}{16} - \left(\frac{3b}{4}\right)^2$ e) $\frac{5a}{5x-5}$ f) $\left(\frac{3}{4} - \frac{18}{24} + \frac{4}{6}\right) \cdot \frac{3}{11}$
- g) $\frac{5x-y}{8} - \frac{x-7y}{8}$ h) $\left(\frac{x}{3}\right)^2 : x^2$ i) $\left(\frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\right)^2$
- j) $\frac{65 \cdot 51}{91 \cdot 3 \cdot 17}$ k) $\frac{8x}{21} - \frac{3}{5} \left(\frac{17}{21} - \frac{19x}{9}\right)$ l) Eine Zahl ist gleich $\frac{9}{4}$ von 108.
- m) $4x - \frac{x}{4}$ n) $\frac{2a+6}{3a+9}$ o) $\frac{7}{9} + 6 \left(\frac{11x}{9} - \frac{3}{8}\right)$
- p) $\left(\frac{a}{b}\right)^2 : a$ q) $(-7b)^2 - (7b)^2$ r) $\frac{4}{5}$ von x ist gleich $\frac{3}{8}$ von 32.
- s) $\frac{169(x-2y)}{y-2x} \cdot \frac{3(y-2x)^2}{13(x-2y)^2}$ t) $\frac{3a}{12x} - \frac{a}{16x} + \frac{5a}{24x}$ u) $\frac{a}{15} - \frac{25y-11a}{35}$

Test 2

- a) $\left(\frac{3\sqrt{13}}{13\sqrt{3}}\right)^2$ b) $\left(\frac{x}{4y}\right)^2 \cdot \frac{(12y)^2}{x}$ c) $\left(\frac{x}{4}\right)^2 : (-2x)^2$
- d) $\frac{2a}{x^2y} - \frac{3a}{xy} + \frac{5a}{xy^2}$ e) $\frac{13e}{12f} \cdot \frac{42ef}{39}$ f) $\frac{2}{3}$ von 51 ist gleich $\frac{x}{5}$ von 85.
- g) $\frac{5}{12} - \frac{4}{7} \left(\frac{13x}{12} + \frac{11}{8}\right)$ h) $\frac{-a}{b^2} : a^2$ i) $\frac{7}{6} - \frac{2}{3} \left(\frac{9}{10} - \frac{7x}{6}\right)$
- j) $\left(\frac{e}{f}\right)^2 : (-6e)^2$ k) $\frac{x-2y}{6a} \cdot \frac{4a^2}{5x-10y}$ l) $\frac{14-21z}{22-33z}$
- m) $\frac{3x}{8} - \frac{2}{3} \left(\frac{x}{4} + \frac{9}{8}\right)$ n) $\frac{3a}{3+9a}$ o) $\frac{a+b}{a+2b} \cdot \frac{(a+2b)^2}{b+a}$
- p) $2f : \frac{4e}{f}$ q) $\left(\frac{4\sqrt{21}}{\sqrt{7}}\right)^2$ r) $\frac{4b-bc}{10} - \frac{bc-3b}{12}$
- s) $\frac{12ab}{25c^2} \cdot \frac{2a}{3b} : \frac{4b}{5c}$ t) $\frac{11e-7f}{8} - \frac{7e+11f}{6}$

Ergebnisse Schlusstests

Test 1

- | | | |
|----------------------------|--------------------------|-------------------------|
| a) $\frac{7}{4}$ | b) 48 | c) 5 |
| d) $\frac{b^2}{8}$ | e) $\frac{a}{x-1}$ | f) $\frac{2}{11}$ |
| g) $\frac{2x+3y}{4}$ | h) $\frac{1}{9}$ | i) $\frac{27}{8}$ |
| j) $\frac{5}{7}$ | k) $\frac{173x-51}{105}$ | l) 243 |
| m) $\frac{15x}{4}$ | n) $\frac{2}{3}$ | o) $\frac{264x-53}{36}$ |
| p) $\frac{a}{b^2}$ | q) 0 | r) 15 |
| s) $\frac{39(y-2x)}{x-2y}$ | t) $\frac{19a}{48x}$ | u) $\frac{8a-15y}{21}$ |

Test 2

- | | | |
|----------------------------------|------------------------|---------------------------|
| a) $\frac{3}{13}$ | b) $9x$ | c) $\frac{1}{64}$ |
| d) $\frac{a(5x-3xy+2y)}{x^2y^2}$ | e) $\frac{7e^2}{6}$ | f) $x=2$ |
| g) $\frac{-52x-31}{84}$ | h) $-\frac{1}{ab^2}$ | i) $\frac{70x+51}{90}$ |
| j) $\frac{1}{36f^2}$ | k) $\frac{2a}{15}$ | l) $\frac{7}{11}$ |
| m) $\frac{5x-18}{24}$ | n) $\frac{a}{3a+1}$ | o) $a+2b$ |
| p) $\frac{f^2}{2e}$ | q) 48 | r) $\frac{b(39-11c)}{60}$ |
| s) $\frac{2a^2}{5bc}$ | t) $\frac{5e-65f}{24}$ | |