Algebra-Training

Theorie & Aufgaben

Serie 1

Operationen 1. und 2. Stufe, Distributivgesetze

Theorie und Aufgaben: Ronald Balestra, Katharina Lapadula

VSGYM / Volksschule – Gymnasium

Liebe Schülerin, lieber Schüler

Herzliche Gratulation zur erfolgreich bestandenen Aufnahmeprüfung.

Der Leitspruch «*Übung macht den Meister*» gilt insbesondere für die arithmetischen und algebraischen Operationen. Bestimmt hast du als Vorbereitung auf die Aufnahmeprüfung intensiv geübt.

Weiter so! Nutze die Zeit bis zu den Sommerferien als aktive Lernzeit, indem du dich ebenso gezielt auf die Probezeit vorbereitest wie zuvor auf die Aufnahmeprüfung. Um dich bei deiner Vorbereitung zu unterstützen, haben wir mehrere Übungsserien zusammengestellt.

Lass dich von deiner Lehrerin bzw. deinem Lehrer beraten. Besprich mit ihr/ihm, wie du dich am besten vorbereiten kannst.

Zur Lösung dieser Aufgabenserie sind zweieinhalb Stunden vorgesehen. Pro Teilaufgabe solltest du also höchstens eine Minute einsetzen.

Bis zum Sommer wirst du noch weitere mathematische Kenntnisse und Fertigkeiten erwerben, die beim Eintritt in die Mittelschule ebenfalls zum Basiswissen gehören. Darum ist es wichtig, dass du am Ball bleibst, dass du dich kontinuierlich verbesserst und weiter entwickelst. Regelmässiges Üben muss zu einer alltäglichen Selbstverständlichkeit werden. Das gehört einfach dazu. Das ist unser Erfolgsrezept.

Wir freuen uns, dich bald am Gymnasium begrüssen zu dürfen.

Technische Hinweise

Diese Aufgabenserie verteilen wir als PDF an unsere Benutzer. Sie ist so gestaltet, dass sie sinnvollerweise als Broschüre auf A3-Papier gedruckt wird.

Wir bitten alle Benutzer dieser Serien, uns auf Fehler aufmerksam zu machen und auch allfällige Änderungs- und Verbesserungswünsche uns mitzuteilen, am einfachsten per E-Mail an:
mathematikuebungen@kzn.ch.

1. Auflage, 19. Mai 2015

Kantonsschule Zürich Nord, Fachschaft Mathematik

Autoren: Ronald Balestra, Katharina Lapadula, Bernhard Marugg, Meinrad Schauwecker

Koordination: Kathrin Steiner

Satz: Franz Piehler

Begutachtung: Christoph Barandun (SEKZH), Markus Huber (Kantonsschule Stadelhofen, LKM)

Quellenangabe: Einige Aufgaben stammen aus
Walter Hohl: Arithmetik und Algebra 1 + 2
Lehrmittelverlag des Kantons Zürich, 1975

Theorie

Die Addition ist die Grundlage der Rechenoperationen. Die anderen Rechenoperationen können von ihr abgeleitet werden.

Die sechs Operationen Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division, Potenzieren und Wurzeln ziehen bilden eine dreistufige Pyramide:

Potenzieren	Wurzel ziehen	**3. Stufe**
$\cdot$ Multiplikation	: Division	**2. Stufe**
$+$ Addition	$-$ Subtraktion	**1. Stufe**

Wichtig:

- Es gibt Rechenregeln, die innerhalb einer Stufe gelten.
- In verschiedenen Stufen gelten (zum Teil) unterschiedliche Regeln.
- Es gibt Regeln, wie man rechnen muss, wenn Operationen verschiedener Stufen in einer Rechnung vorkommen.

Operationen 1. Stufe: Addition und Subtraktion

Begriffe

- Summand + Summand = Summe
- Minuend − Subtrahend = Differenz

Die Subtraktion ist die Umkehroperation der Addition

Wird zu einer Ausgangszahl zuerst eine Zahl addiert und dann die gleiche Zahl subtrahiert, ist das Ergebnis wieder die Ausgangszahl. $20 + 7 - 7 = 20$

Oder anders formuliert: $30 - 8 = 22, \quad$ weil $\quad 22 + 8 = 30$

Rechenregeln für Operationen der ersten Stufe

1. Grundsätzlich rechnet man von links nach rechts.

2. Kommutativgesetz für die Addition: Summanden dürfen beliebig vertauscht werden:

$$7 + 5 = 5 + 7$$
$$2x + 4x = 4x + 2x$$
$$2e + 3g + 4 = 4 + 2e + 3g$$

3. $\boxed{\text{Assoziativgesetz für die Addition}}$ Klammern dürfen beliebig gesetzt oder vertauscht werden.

$$12 + 7 + 5 = 12 + (7 + 5) = (12 + 7) + 5$$
$$5ab + (3ab + 9ab) = (5ab + 3ab) + 9ab = 5ab + 3ab + 9ab$$

4. Für die Subtraktion gilt weder das Kommutativgesetz noch das Assoziativgesetz.

$$7 - 5 \neq 5 - 7 \qquad \text{und} \qquad 12 - (7 - 5) \neq (12 - 7) - 5$$

5. $\boxed{\text{Klammerregel}}$, wenn nur Operationen 1. Stufe vorkommen:
Steht vor der Klammer ein $+$, so darf die Klammer weggelassen werden.
Steht vor der Klammer ein $-$, so ändern sich beim Weglassen der Klammer alle Operationszeichen in der Klammer.

$$\begin{aligned} 20 + (7 - 5 + 2) &= 20 + 7 - 5 + 2 \\ 20 - (7 - 5 + 2) &= 20 - 7 + 5 - 2 \\ 7e - (4e - e) &= 7e - 4e + e \\ 7e + (4e - e) &= 7e + 4e - e \end{aligned}$$

Kommen mehrere Klammern ineinander vor, werden die Klammern von innen nach aussen gelöst:

$$3ab - \big(5a - (2ba + 3a) - 2ab\big) = 3ab - (5a - 2ab - 3a - 2ab) = 3ab - 5a + 2ab + 3a + 2ab = 7ab - 2a$$

6. $\boxed{\text{Operatorenkonzept}}$, wenn nur Operationen 1. Stufe vorkommen:
Ein Operator besteht aus dem Operationszeichen und der nachfolgenden Zahl. (Im Beispiel steht in jedem Kästchen ein Operator.)

Das Vertauschen von ganzen Operatoren ist erlaubt.

$$\boxed{37}\,\boxed{-12}\,\boxed{+23} \quad = \quad \boxed{37}\,\boxed{+23}\,\boxed{12}$$
$$\boxed{5a}\,\boxed{-7ab}\,\boxed{-4}\,\boxed{+2bc}\,\boxed{+5}\,\boxed{+3a}\,\boxed{-bc} \quad = \quad \boxed{5a}\,\boxed{+3a}\,\boxed{-7ab}\,\boxed{+2bc}\,\boxed{-bc}\,\boxed{+5}\,\boxed{-4}$$

7. Summanden eines Terms können nur zusammengefasst werden, wenn sie genau die gleiche Buchstabenkombination haben. Die Buchstabenkombination ist wie eine Sorte. (Meter und Liter kann man auch nicht zusammenzählen!)
Terme werden in der Regel alphabetisch geordnet und reine Zahlen an den Schluss gestellt.

$$5a - 7ab - 4 + 2bc + 5 + 3a - bc = 8a - 7ab + bc + 1$$

Tipp: verschiedene «Sorten» verschieden markieren.

Operationen 2. Stufe: Multiplikation und Division

Begriffe

- Faktor $\cdot$ Faktor $=$ Produkt
- Dividend : Divisor $=$ Quotient

Die Multiplikation ist die Zusammenfassung der Addition von lauter gleichen Summanden

$$9+9+9+9+9=5\cdot 9$$
$$p+p+p+p=4\cdot p=4p$$

Zwischen Buchstaben und Zahlen wird das Multiplikationszeichen meist weggelassen.

Die Division ist die Umkehroperation der Multiplikation

Wird eine Ausgangszahl zuerst mit einer Zahl multipliziert und dann durch die gleiche Zahl dividiert, ist das Ergebnis wieder die Ausgangszahl. $20\cdot 7:7=20$

Oder anders formuliert: $32:8=4,\quad$ weil $\quad 4\cdot 8=32$

Rechenregeln für Operationen der zweiten Stufe

1. Grundsätzlich rechnet man von links nach rechts.

2. Ein Produkt ist genau dann gleich Null, wenn mindestens einer der Faktoren Null ist.

3. Null durch etwas zu dividieren ist erlaubt: $0:7=0,\quad$ weil $\quad 0\cdot 7=0$
Division durch Null ist verboten: $6:0\neq 0,\quad$ weil $\quad 0\cdot 0\neq 6$

4. $\boxed{\text{Kommutativgesetz für die Multiplikation}}$ Faktoren dürfen beliebig vertauscht werden.

$$7\cdot 5=5\cdot 7$$
$$b\cdot a=a\cdot b$$
$$c\,b\,d\,b\,a=ab^2cd$$

5. $\boxed{\text{Assoziativgesetz für die Multiplikation}}$ Klammern dürfen beliebig gesetzt oder weggelassen werden:

$$2\cdot 3\cdot 5=2\cdot(3\cdot 5)=(2\cdot 3)\cdot 5=30$$
$$6\cdot(2x\cdot 3y)=(6\cdot 2x)\cdot 3y=6\cdot 2x\cdot 3y=36xy$$

6. Für die Division gilt weder das Kommutativgesetz noch das Assoziativgesetz.

$$20:5\neq 5:20 \qquad \text{und} \qquad 20:(4:2)\neq(20:4):2$$

7. $\boxed{\text{Klammerregel}}$, wenn nur Operationen 2. Stufe vorkommen:
Steht vor der Klammer ein $\cdot$, so darf die Klammer weggelassen werden.
Steht vor der Klammer ein :, so ändern sich beim Auflösen der Klammer alle Operationszeichen in der Klammer.

$$5\cdot(6\cdot 2:3)=5\cdot 6\cdot 2:3=20$$
$$24:(6\cdot 2:3)=24:6:2\cdot 3=6$$
$$18uvw:(6uv:2v)=18uvw:6uv\cdot 2v=3w\cdot 2v=6vw$$

8. $\boxed{\text{Operatorenkonzept}}$, wenn nur Operationen 2. Stufe vorkommen:
Ein Operator besteht aus dem Operationszeichen und der nachfolgenden Zahl. (Im Beispiel steht in jedem Kästchen ein Operator)

Der Austausch von ganzen Operatoren ist erlaubt.

$$\boxed{24}\,\boxed{:6}\,\boxed{\cdot 2} \quad = \quad \boxed{24}\,\boxed{\cdot 2}\,\boxed{:6}$$
$$\boxed{5bc}\,\boxed{:a}\,\boxed{\cdot 4a} \quad = \quad \boxed{5bc}\,\boxed{\cdot 4a}\,\boxed{:a}$$

9. Vereinbarung zur Schreibweise:

$$6v : 2v = 3 \qquad\qquad 6v : 2 \cdot v = 3v \cdot v = 3v^2$$

Wird eine Multiplikation ohne Multiplikationszeichen geschrieben, bindet sie stärker als eine mit Operationszeichen geschriebene Multiplikation oder Division.

$$18uvw : 6uv = 3w$$
$$18uvw : 6 \cdot u \cdot v = 3uvw \cdot u \cdot v = 3u^2v^2w$$

Verbindung von Operationen 1. und 2. Stufe

Rechenreihenfolge

- Klammern immer zuerst berechnen
- «Punkt vor Strich»: Operationen höherer Stufen binden stärker und müssen darum zuerst berechnet werden.

$$5 + 4 \cdot 6 = 5 + (4 \cdot 6) = 5 + 24 = 29$$
$$3 + 6 \cdot c = 3 + (6 \cdot c) = 3 + 6c = 6c + 3$$

Diese Regel ist einfach eine Abmachung. Sie hat sich als praktisch erwiesen, denn viele Klammern machen einen Term unübersichtlich.

Distributivgesetze

I) Einfaches Distributivgesetz

$$5 \cdot 17 = 5 \cdot (10 + 7) = 5 \cdot 10 + 5 \cdot 7 = 50 + 35 = 85$$
$$5 \cdot 17 = 5 \cdot (20 - 3) = 5 \cdot 20 - 5 \cdot 3 = 100 - 15 = 85$$
$$3 \cdot (2a + 5e) = 3 \cdot 2a + 3 \cdot 5e = 6a + 15e$$

Als Formel schreibt man:
$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$
$$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$$

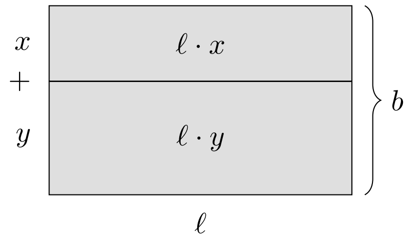
Mögliche Alltags-Interpretation des dritten Beispiels:
Ein Vater packt jedem seiner drei Kinder zum Znüni 2 Aprikosen und 5 Erdbeeren ein. Insgesamt braucht er 6 Aprikosen und 15 Erdbeeren. (a = Anzahl Aprikosen, e = Erdbeeren)

Geometrische Interpretation des Beispiels:
Die Gesamtfläche eines Rechtecks lässt sich auf zwei Arten berechnen.

Länge mal Gesamtbreite

oder

Summe der beiden Teil-Rechtecke



$$\ell \cdot (x + y) = \ell \cdot x + \ell \cdot y$$

Das einfache Distributivgesetz gilt auch für die Division:

$$(a + b) : c = a : c + b : c$$
$$(a - b) : c = a : c - b : c$$

Zwei wichtige Begriffe:

- Wird das Distributivgesetz benützt, um die Klammer aufzulösen, heisst das *Ausmultiplizieren.*

$$5x(2x + 1) = 10x^2 + 5x$$
$$3(2a + 5e) = 6a + 15e$$

- Wird das Distributivgesetz in die andere Richtung angewendet, dann heisst das *Ausklammern.*

$$6a + 15e = 3(2a + 5e)$$
$$24ef^2g^3 - 8eg^2 = 8eg^2(3f^2g - 1)$$
$$z - 4 = -1(-z + 4)$$

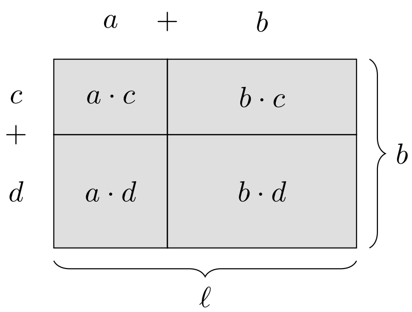
Zwei Hinweise:

- Kann von einem Summand alles ausgeklammert werden, so bleibt eine 1 zurück.
- Wird -1 ausgeklammert, so wechseln alle Vorzeichen.

II) Doppeltes Distributivgesetz

Das doppelte Distributivgesetz ist das erste neue Gesetz der Algebra, das du im 3. Gymi kennenlernen wirst. Weil es hier so gut in die Kurztheorie hineinpasst, wird es schon erwähnt.

Geometrische Interpretation/Herleitung:



Die Gesamtfläche des Rechtecks lässt sich auf zwei Arten berechnen:

$$\begin{array}{ccccc} \text{Gesamtlänge} & \cdot & \text{Gesamtbreite} & = & \text{Summe der vier Teil-Rechtecke} \\ (a+b) & \cdot & (c+d) & = & a \cdot c + a \cdot d + b \cdot c + b \cdot d \\ & & & = & ac + ad + bc + bd \end{array}$$

Aufgaben

Vereinfache die Terme so weit wie möglich.

1

a) $4x + 3y + 5 - y$ **b)** $7b - 3 + 3b - 2b$ **c)** $3x + 7y - 4 - x$

d) $3f + 1k - 3 - k$ **e)** $7a + 4b + 3 - b$ **f)** $6y - 4 + 3z - 4y$

2

a) $18 - (4r + r)$ **b)** $3x + (y - 7x)$ **c)** $8 + (4mp - 11)$ **d)** $7n + (2n - n)$

e) $4uv - (4 + uv)$ **f)** $1pqr - (pqr - 9)$ **g)** $7h - (2h - h)$ **h)** $7 + (9ab - 5)$

i) $5b + (c - 9b)$ **j)** $15d + (7c - 5c)$ **k)** $7pq - (7 + pq)$ **l)** $1abc - (abc - 5)$

3

a) $a - (2b - 3c) - (3c - 4d) - (4d - 5e)$

b) $x + \big((2y - 3z) + 3z - 4u\big) + (4u - 5v)$

c) $r + st + (s - rt) - (ts + s)$

d) $15ax + (2cd - 4y) - \big((7y - 3cd) - (15ax - 11y)\big)$

e) $2a + \big((2b - 3c) + 2b\big) - \big((3a - 2c) + 2c - (3b - 2a)\big)$

f) $p - \big((2q - 3r) - (3r - 4s)\big) - (4s - 5t)$

g) $e - \big(2f - 3g + (3g - 4h)\big) + (4h - 5k)$

h) $a - bc + \big((b - ac) - cb + b\big)$

i) $8p - \big(13ab - \big(4r - 3r + 9ab - 7p\big) - 22ab\big)$

j) $19ef - \big(27v - 23fg - (18ef - 47gh)\big) - \big((22fg - 26v) - 46gh\big)$

k) $x + \big((4y - 5z) + y\big) - \big((5x - 4z) + z\big) - (5y - 4x)$

4

a) $6a \cdot 5c \cdot 2b$ **b)** $4s \cdot (2t) \cdot 3a$ **c)** $2f \cdot 10eh \cdot 2g$ **d)** $7d \cdot 2b \cdot (10fc)$

e) $(2x) \cdot (10z) \cdot 5y$ **f)** $4p \cdot 2k \cdot 2as$ **g)** $(5e) \cdot 2rd \cdot (3m)$ **h)** $4n \cdot 5mr \cdot 3p$

5

a) $2x + 3x$ **b)** $2x + 3y$ **c)** $2x \cdot 3y$ **d)** $2y \cdot 3x$

e) $7z - 6z$ **f)** $7z - 6y$ **g)** $7z \cdot 6y$ **h)** $7y - 6z$

i) $5a + a$ **j)** $4e - 3$ **k)** $5a + b$ **l)** $4e - 3e$

m) $5a \cdot b$ **n)** $4e - 3f$ **o)** $a \cdot 5b$ **p)** $4e \cdot 3f$

6 **a)** $10x : (2x)$ **b)** $10x : 2x$ **c)** $10x : 2 \cdot x$ **d)** $10x : x \cdot 2$

e) $10x : (x \cdot 2)$ **f)** $10x \cdot 2 : x$ **g)** $6a : (3a)$ **h)** $6a : 3 \cdot a$

i) $6a : a \cdot 3$ **j)** $6a : (a \cdot 3)$ **k)** $6 \cdot a : 3a$ **l)** $a \cdot 6a : 3$

m) $10 \cdot x : (2 : x)$ **n)** $6 : (3 : a)$ **o)** $6 \cdot (a : 3)$ **p)** $10x : (x : 2)$

7 **a)** $18ab^2 : (3a)$ **b)** $18ab^2 : 3b$ **c)** $18ab^2 : (3b^2)$ **d)** $18ab^2 : 3ab$

e) $20a^2b^2 : 4a$ **f)** $20a^2b^2 : (4b)$ **g)** $20a^2b^2 : 4ab$ **h)** $20a^2b^2 : (4a^2b)$

8 **a)** $3a + 2a \cdot 7b + 3ab$ **b)** $210xy - 7x \cdot 21y - 11xy$ **c)** $3a \cdot 6b - 3b \cdot 6a$

d) $17x \cdot 7x - 21y \cdot 11y$ **e)** $5x - x \cdot 2p + 2px$ **f)** $4a - 4 \cdot 4b + 16b$

9 **a)** $6u + 2 \cdot u + 12u \cdot 13$ **b)** $c + c : c + c$ **c)** $7x - x \cdot x$

d) $5b - b \cdot 2b$ **e)** $12z : 3 \cdot 2z$ **f)** $15m - 3m \cdot 2n - 6mn$

10 Multipliziere aus. Beispiel: $7c \cdot (5a - 2b) = 35ac - 14bc$

a) $(8x + 3z) \cdot 2y$ **b)** $(3ad - 5bf) \cdot ce$ **c)** $12q \cdot (3pr - 7ps)$ **d)** $(4x - y) \cdot 2z$

e) $3b \cdot (a - 4c)$ **f)** $fi \cdot (eh - gk)$ **g)** $(4ac + 9ad) \cdot b$ **h)** $ab \cdot (2a - c) \cdot 3b$

11 Dividiere aus.

a) $(5r^2s - rst) : rs$ **b)** $(5rs^2 - s) : s$ **c)** $(5r^2s^2 - qr^2s) : r^2s$

d) $(27a^2b - 3ab^2) : 3ab$ **e)** $(42xy^2z + x^2yz^2) : xyz$ **f)** $(36b^2c^2 - 12bc^2) : 12bc^2$

g) $(36a^2c^2 - 12ac^2) : 12ac$ **h)** $(24e^2f^2 - 6f^2 + 42ef^2) : 6f^2$

Klammere möglichst viel aus.

12 **a)** $e^2 - ef$ **b)** $3xy - 3y^2$ **c)** $8a^2 + 12am$ **d)** $a^2b + bc^2$

e) $xy^2 - x^2y$ **f)** $4a^2c + 6ac^2$ **g)** $21b^2c^2 - 7bc^2d^2$ **h)** $12x^2y^2z^2 - 36uxy^2z$

i) $mp + p^2$ **j)** $4b^2 - 4ab$ **k)** $35rs - 28t^2$ **l)** $u^2y - uz^2$

13 **a)** $56pst + 48ptv$ **b)** $44rax - 11xr$ **c)** $ac + acd^2$ **d)** $26ab^2d + 39bde^2$

e) $28ace - 14ae$ **f)** $25ces + 30cis$ **g)** $9ad^2 + 27ad^2e$ **h)** $45v^2xy^2 - 30vx^2y$

i) $a^2b + ab^2$ **j)** $9xy^2 - 6x^2y$ **k)** $63xy^2z^2 - 9x^2y^2$ **l)** $48ab^2cd + 16a^2b^2d^2$

Ergebnisse

1	**a)** $4x+2y+5$	**b)** $8b-3$	**c)** $2x+7y-4$	**d)** $3f-3$
	e) $7a+3b+3$	**f)** $2y+3z-4$		
2	**a)** $-5r+18$	**b)** $-4x+y$	**c)** $4mp-3$	**d)** $8n$
	e) $3uv-4$	**f)** 9	**g)** $6h$	**h)** $9ab+2$
	i) $-4b+c$	**j)** $2c+15d$	**k)** $6pq-7$	**l)** 5
3	**a)** $a-2b+5e$	**b)** $-5v+x+2y$	**c)** $r-rt$	
	d) $30ax+5cd-22y$	**e)** $-3a+7b-3c$	**f)** $p-2q+6r-8s+5t$	
	g) $e-2f+8h-5k$	**h)** $a-ac+2b-2bc$	**i)** $18ab+p+r$	
	j) $37ef+fg-gh-v$	**k)** $-2z$		
4	**a)** $60abc$	**b)** $24ast$	**c)** $40efgh$	**d)** $140bcdf$
	e) $100xyz$	**f)** $16akps$	**g)** $30demr$	**h)** $60mnpr$
5	**a)** $5x$	**b)** $2x+3y$	**c)** $6xy$	**d)** $6xy$
	e) z	**f)** $-6y+7z$	**g)** $42yz$	**h)** $7y-6z$
	i) $6a$	**j)** $4e-3$	**k)** $5a+b$	**l)** e
	m) $5ab$	**n)** $4e-3f$	**o)** $5ab$	**p)** $12ef$
6	**a)** 5	**b)** 5	**c)** $5x^2$	**d)** 20
	e) 5	**f)** 20	**g)** 2	**h)** $2a^2$
	i) 18	**j)** 2	**k)** 2	**l)** $2a^2$
	m) $5x^2$	**n)** $2a$	**o)** $2a$	**p)** 20
7	**a)** $6b^2$	**b)** $6ab$	**c)** $6a$	**d)** $6b$
	e) $5ab^2$	**f)** $5a^2b$	**g)** $5ab$	**h)** $5b$
8	**a)** $3a+17ab$	**b)** $52xy$	**c)** 0	**d)** $119x^2-231y^2$
	e) $5x$	**f)** $4a$		
9	**a)** $164u$	**b)** $2c+1$	**c)** $7x-x^2$	**d)** $5b-2b^2$
	e) $8z^2$	**f)** $15m-12mn$		
10	**a)** $16xy+6yz$	**b)** $3acde-5bcef$	**c)** $36pqr-84pqs$	**d)** $8xz-2yz$
	e) $3ab-12bc$	**f)** $efhi-fgik$	**g)** $4abc+9abd$	**h)** $6a^2b^2-3ab^2c$
11	**a)** $5r-t$	**b)** $5rs-1$	**c)** $5s-q$	**d)** $9a-b$
	e) $42y+xz$	**f)** $3b-1$	**g)** $3ac-c$	**h)** $4e^2+7e-1$
12	**a)** $e(e-f)$	**b)** $3y(x-y)$	**c)** $4a(2a+3m)$	**d)** $b(a^2+c^2)$
	e) $xy(y-x)$	**f)** $2ac(2a+3c)$	**g)** $7bc^2(3b-d^2)$	**h)** $12xy^2z(xz-3u)$
	i) $p(m+p)$	**j)** $4b(b-a)$	**k)** $7(5rs-4t^2)$	**l)** $u(uy-z^2)$
13	**a)** $8pt(7s+6v)$	**b)** $11rx(4a-1)$	**c)** $ac(1+d^2)$	**d)** $13bd(2ab+3e^2)$
	e) $14ae(2c-1)$	**f)** $5cs(5e+6i)$	**g)** $9ad^2(1+3e)$	**h)** $15vxy(3vy-2x)$
	i) $ab(a+b)$	**j)** $3xy(3y-2x)$	**k)** $9xy^2(7z^2-x)$	**l)** $16ab^2d(3c+ad)$

Schlusstest (Zeit: 15 Minuten)

Vereinfache so weit wie möglich.

1 $8p - (13ab - 4r) + (3r - 9ab) - (7p - 22ab)$

2 $x + (4y - 5z) + y - (5x - 4z) + z - (5y - 4x)$

3 $a \cdot 15 : (a : 5)$

4 $3k + 2k \cdot 7h - 3kh$

5 $7x \cdot (x - 2)$

6 $3s \cdot (2st \cdot 5t)$

7 $(48ab^2c - a^2bc^2) : abc$

8 $(90fg^2 - 18g) : 18g$

Klammere möglichst viel aus.

9 $pqr^2 + pq$

10 $52x^6y^2z^4 - 39x^4y^6z^2$

Ergebnisse Schlusstest

1 $p + 7r$

2 0

3 75

4 $11hk + 3k$

5 $7x^2 - 14x$

6 $30s^2t^2$

7 $48b - ac$

8 $5fg - 1$

9 $pq(r^2 + 1)$

10 $13x^4y^2z^2(4x^2z^2 - 3y^4)$